

多孔泡沫材料的声吸收特性

卢天健¹, Iain D. J. Dupère², Ann P. Dowling²

(1. 西安交通大学强度与振动教育部重点实验室, 710049, 西安; 2. 剑桥大学工程系, CB2 1PZ, 英国剑桥)

摘要: 为了结合泡沫金属兼有的高吸声和高热传导两种特性以进一步提高其吸声性能,回顾了泡沫金属材料的应用和声学建模;通过对泡沫金属和用于制造泡沫金属的高分子基体材料的实验,比较了作者提出的声波通过泡沫金属传播的3种黏滞模型的预测结果,表明所有模型在泡沫金属典型胞元尺寸所对应的低雷诺数范围内是有效的(假定声波为线性,幅值低于160 dB). 第一种模型考虑了声波沿平行于刚性圆柱束轴线方向传播时所受到的空气曳力,第二种模型考虑了声波沿垂直于刚性圆柱束轴线方向的传播,第三种模型考虑了声波通过球形节点的传播. 结合这3种模型,提出了一种泡沫金属声学性能的综合模型,可以用来预测泡沫金属的声吸收特性. 此外,还介绍了一种用于泡沫金属材料基本声传播特性实验的后处理技术.

关键词: 泡沫金属; 声波吸收; 声学建模

中图分类号: TG146. 21; TG132. 6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)09-1003-09

Absorption of Sound in Cellular Foams

Lu Tianjian¹, Iain D. J. Dupère², Ann P. Dowling²

(1. MOE Key Laboratory of Strength and Vibration, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Engineering Department, Cambridge University, Cambridge CB2 1PZ, UK)

Abstract: To further enhance the sound absorption of metal foams via combining the high sound absorption and good heat conductivity of the cellular foam metals, the use and acoustic modeling of these materials are reviewed. The predictions made by three viscous models developed by the authors for the propagation of sound through open-cell metal foams are compared with an experiment both for the metal foams and for the polymer substrates used to manufacture the foam. All models are valid in the limit of low Reynold's number which is valid for the typical cell dimensions found in metal foams provided the amplitude of the waves is below 160 dB. The first model considers the drag experienced by acoustic waves as they propagate passing rigid cylinders parallel to their axes, the second considers the propagation normal to their axes, and the third considers the propagation passing the spherical joints. All three are combined together to give a general model of the acoustic behavior of the foams. In particular, the sound absorption is found to be significant and well predicted by the combined model. In addition, a post-processing technique is described for the experiment used to extract the fundamental wave propagation characteristics of the material.

Keywords: metal foam; sound absorption; acoustic modeling; experiment

多孔材料通常在建筑等广泛的工业领域用作吸声材料,具有质轻、刚度高等许多优点. 泡沫金属最

初是为汽车排气系统的催化式排气净化器而开发的,它不仅具有质轻、刚度高等特性,还具有良好的声吸收特性及导热性,能够通过传热来增强对声波的吸收,从而可以在高温环境下吸收噪声(如用作航空发动机声衬)。

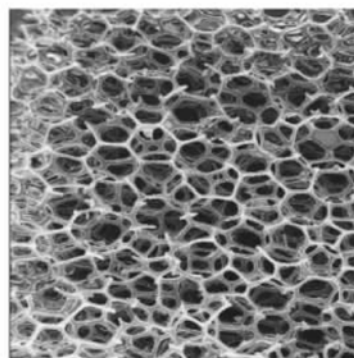
多孔声吸收材料通常具有细小的内部组织结构,内部胞元的间距极小,因此由于空气黏滞效应导致的曳力很大。在许多情况下,这种材料的微观组织结构可视为由近似圆柱状的胞元按照不同的排列方式构成。这种组织结构的黏滞曳力效应是双重的:首先,曳力效应降低了声波的传播速度;其次,曳力引致的表面剪切应力产生了声阻尼,使声能转换为热能并通过胞元的金属杆件和节点耗散。第一种效应对于低频声波的吸收是有利的,此时要求材料具有较小的结构尺度,但胞元的尺寸也不能过小,否则会影响声波的进入^[1-3]。

针对声波在空气中通过任意几何形状的无限长圆柱束和球状节点点阵的传播,本文对以下3种情形进行了声学建模:①声波沿平行于圆柱束方向传播;②声波沿垂直于圆柱束方向传播;③声波通过周期排列的球状节点点阵传播。对每种情形在低雷诺数情况下分别求得理论解,重点讨论空气黏度对声波所受空气曳力的定量影响,并通过实验对模型进行了验证。因为仅考虑线性问题(声波幅值低于160 dB),因此可将不同方式排列的圆柱束通过球状节点连接并叠加,进而获得具有任意周期微组织结构的泡沫金属的声吸收特性。典型的通孔泡沫材料及其代表性胞元如图1所示。

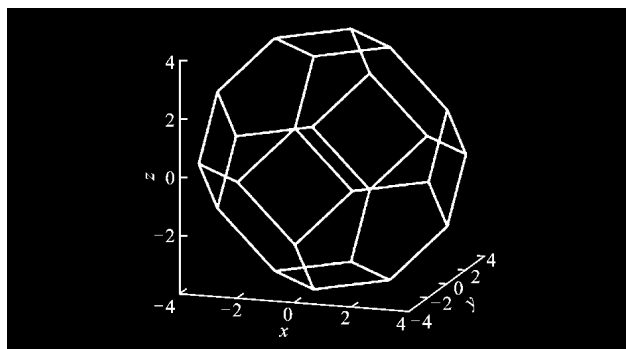
1 声波沿刚性圆柱束轴线方向传播时受到的黏滞曳力

首先考虑声波沿平行于圆柱束方向传播的情况,如图2所示。图2中的圆柱束为周期排列,排列方式任意,每根圆柱代表金属泡沫胞元的一个杆件。杆件的刚度与空气相比为无限大,在计算中不计及因杆件振动引致的能量耗散。因这些杆件通常都较细长(长度是直径的5~10倍以上^[4]),故可以假设为无限长。同时,假设胞元杆件为圆柱形,其截面在长度方向不变。另外,假定圆柱之间的间隙足够小,使得每个圆柱的声边界层大到不可忽略不计。

控制方程 根据文献[4-17],可以通过解黏性 Navier-Stokes 方程来求得上述模型中因黏性效应导致的声场衰减。这里我们求解声波在由圆柱外表面构成



(a)微结构



(b)代表性胞元

图1 通孔泡沫材料的微结构和代表性胞元

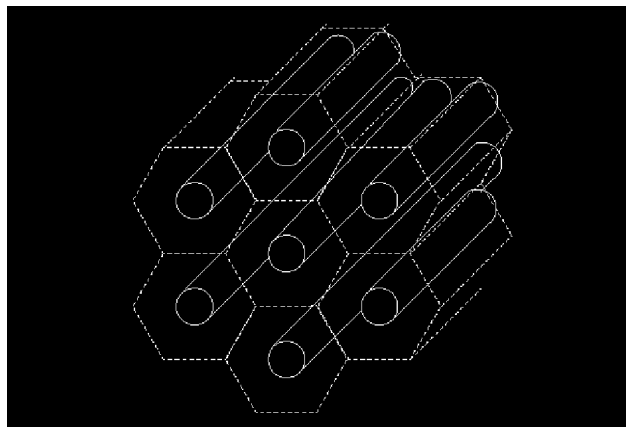


图2 圆柱阵列

并有一组周期边界约束的通道中的传播问题,周期边界代表邻近圆柱的交互作用,如图2中的虚线所示。与此相反,传统声学模型^[5,10-14,17]以空心圆管来近似模拟相邻圆柱间的空隙,管壁为固体表面,忽略了邻近圆柱的交互作用。周期边界的数量是任意的(图2中为6个),可以根据不同的排列方式取不同的值。在圆柱坐标系 (e_r, e_θ, e_z) 中,声波无轴向速度变化,仅依赖于时间 $e^{i\omega t}$,动量方程为^[18]

$$r^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} - \left(\frac{i\omega}{\nu}\right) r^2 u_z = \frac{r^2}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1)$$

式中: $u_z(r, \theta)$ 为轴向速度, (r, θ) 为极坐标; ω 为角速度; p 为压力场; ν, μ 分别为动力黏度和绝对黏度; $i = (-1)^{1/2}$. 上式的通解为

$$u_z(r, \theta) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \left[A_{\alpha} \text{Ke}_{\alpha} \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} r + B_{\alpha} \text{Be}_{\alpha} \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} r \right] \cdot (C_{\alpha} e^{i\alpha\theta} + D_{\alpha} e^{-i\alpha\theta}) - \left(\frac{1}{\rho i\omega} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

式中: $A_{\alpha}, B_{\alpha}, C_{\alpha}$ 和 D_{α} 是未知常数; 函数 $\text{Ke}_{\alpha}, \text{Be}_{\alpha}$ 定义如下

$$\begin{cases} \text{Ke}_{\alpha}(x) = \text{ker}_{\alpha}(x) + i \text{kei}_{\alpha}(x) \\ \text{Be}_{\alpha}(x) = \text{ber}_{\alpha}(x) + i \text{bei}_{\alpha}(x) \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\text{ker}(x), \text{kei}(x), \text{ber}(x)$ 和 $\text{bei}(x)$ 为 Kelvin(或 Thomson)函数^[19-20].

边界条件 式(2)是一个二阶微分方程, 需要4个边界条件来确定5个未知量 $A_{\alpha}, B_{\alpha}, C_{\alpha}, D_{\alpha}$ 和 α . 为了能用不同周期边界上的外边界条件来确定分隔2个区域的半径线(见图2)上的边界条件, 在此引入一个新的局部坐标变量 θ_n , 定义各区段边界条件中心处 $\theta_n = 0$.

根据对称性, u_z 的角度变化不会在各个面的中心产生剪应力, 即

$$\partial u_z / \partial \theta = 0 \quad \text{在 } \theta_n = 0 \text{ 处} \quad (4)$$

对称性同时要求 u_z 及其导数必须处处连续, 因而 u_z 及其导数在

$$\theta_n = \pm \pi / N \quad (5)$$

处连续. 式中: N 是周期边界数(即多边形的面数).

考虑空气黏性, 圆柱表面无滑动要求, 即

$$u_z(r, \theta) = 0 \quad \text{在 } r = r_1 \text{ 处} \quad (6)$$

式中: r_1 为圆柱半径. 最后, 周期表面的边界条件为

$$\partial u_z / \partial x_2 = 0 \quad \text{在 } x = x_2 \text{ 处} \quad (7)$$

式中: x_2 为圆柱轴线到周期边界的最短距离, 如图2所示. 应用这些边界条件, 可得

$$u_z(R, \theta_n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(2kN\theta_k) [\text{Ke}_{2Nk}(R) - \gamma_k \text{Be}_{2Nk}(R)] + \left[\left(\frac{\text{Be}_0(R)}{\text{Be}_0(R_1)} \right) - 1 \right] \frac{1}{\rho i\omega} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (8)$$

式中

$$\gamma_k = \frac{\text{Ke}_{2Nk}(R_1)}{\text{Be}_{2Nk}(R_1)}; \quad R_1 = \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} r_1 \quad (9)$$

剩余系数 A_k 可由下式解得

$$\begin{aligned} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(\theta_n) \left[\left(\left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} \cos(2Nk\theta_n) \right) \cdot \right. \\ & \left. (\text{Ke}'_{\pm 2Nk}(R_2) - \gamma_k \text{Be}'_{\pm 2Nk}(R_2)) + 2Nk \sin(2Nk\theta_n) \cdot \right. \\ & \left. \frac{\sin \theta_n}{x_1} (\text{Ke}_{\pm 2Nk}(R_2) - \lambda_k \text{Be}_{\pm 2Nk}(R_2)) \right] + \end{aligned}$$

$$\frac{\cos(\theta)}{\text{Be}_0(R_1)} \frac{1}{\rho i\omega} \frac{\partial p}{\partial z} \text{Be}'_0(R_2) \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} = 0 \quad (10)$$

式中: $R_2 = (\omega/\nu)^{1/2} r_2, r_2 = x_2 / \cos \theta_n$ 为从圆柱轴线到周期边界的径向距离.

式(10)包含一个迅速收敛的无穷级数, 可以通过截短级数并利用对直边界的配置来求解. 为检验级数是否确实已经收敛, 可以用一个更大的项数来进行重复计算. 但是, 由于 Kelvin 函数的幅值随阶次和幅角迅速增大, 因此如果不对此大幅值进行特殊规定, 求解将受制于级数的项数. 由于级数中较大的值几乎相互抵消, 这一问题将更加严重, 因此需要保持级数高次项的高精确性. 幸运的是, 该级数可以迅速收敛, 我们发现最多只需要6项即可使级数收敛到0.001%以内, 精确值取决于 $X_2 = \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/2} x_2$,

$r_r = \frac{x_2}{R_1}$ 和 N 的值. X_2 是频率和圆柱半径的函数, 而 r_r 则体现了胞元尺寸和圆柱半径比值的作用. 对于这些参数和另外2个常数的不同取值, 我们进行了重复计算.

2 轴线与声波传播方向垂直的圆柱束产生的黏滞曳力

在上一节中, 我们讨论了声波沿着规则叠放的圆柱束间的通道传播时所受到的曳力, 本节我们将讨论声波垂直于圆柱束传播时所受到的曳力. 先讨论任意外边界条件的一般情况, 代表任意形状的周期边界(如图2所示)情况下的解, 也可以代表自由空间中的解. 假定入射波沿 e_x 方向.

可参照 Stokes 计算球形胞元所产生的稳态曳力的过程^[21]来确定圆柱产生的黏滞曳力. 与 Stokes 的经典问题不同, 本文的模型包含了一个非稳态项, 更为复杂. 下面首先确定涡旋场.

2.1 涡旋场

在低雷诺数范围内, 可以利用动量方程的旋量在圆柱径向坐标中建立涡旋 ω 的黏性方程, 来求围绕圆柱的流场

$$\frac{1}{r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - i\omega \omega = 0 \quad (11)$$

因为流场和涡旋场必须与 z 方向无关, 所以对于入射波来说, 解必须是如下形式

$$\omega = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n f_n(R) \sin(n\theta)) e^{i\omega t} e_z \quad (12)$$

式中: A_n 是复常数, 需将边界条件代入涡旋方程后

才能确定; f_n 为 n 阶 Kelvin 方程的组合形态。

2.2 速度场

如果流动是非稳态的,如前所述,我们将无法严格地按照 Stokes 的计算步骤,根据射流方程来确定流速,因为流速的散度并不严格为 0。不过,对于所有音频范围的声波来说,流体密度的波动对动量方程的影响可以忽略不计(见附录 A),因此可以根据声速射流方程 $\Psi e^{i\omega t}$ 来近似给出流速的表达式。近似表达式应当与式(12)对涡旋的描述相一致,从而有

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2}\right) e^{i\omega t} \mathbf{e}_z = -\boldsymbol{\omega} \quad (13)$$

上式的通解为

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{C_n}{r^n} + D_n r^n - \frac{A_n \nu}{i\omega} f_n(R) \right) \sin(n\theta) \quad (14)$$

式中: C_n 和 D_n 是复常数。

尽管外边界条件是任意的,但是流动仍然受到圆柱表面无滑动条件的制约, $R=R_1$, 从而有

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n f_n(R_1) - R_1 f'_n(R_1)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \frac{r_1^{2n}}{r^n} + r^n - \frac{2n r_1^n f_n(R)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \right) D_n \sin\theta \quad (15)$$

$$u_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n f_n(R_1) - R_1 f'_n(R_1)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \frac{r_1^{2n}}{r^{n+1}} + r^{n-1} - \frac{2n(r_1^n/r) f_n(R)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \right) n D_n \cos(n\theta) e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$u_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n f_n(R_1) - R_1 f'_n(R_1)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \frac{r_1^{2n}}{r^{n+1}} - r^{n-1} + \frac{2r_1^{n-1} R_1 f'_n(R_1)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \right) n D_n \sin(n\theta) e^{i\omega t} \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{i\omega}{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n r_1^n D_n f_n(R) \sin(n\theta)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \quad (18)$$

值得注意的是,由时间相关所引入的附加项提供了额外的自由度,当声波通过时解确实存在,这与稳态流动中的情形有所不同:当完全忽略惯性项时,声波通过圆柱时无解(通常称为 Stokes 悖论)。

2.3 压力场

为了确定压力场,对动量方程取散度

$$\nabla^2 \left(\frac{p - p_0}{\mu} \right) = 0 \quad (19)$$

其与速度场的解相匹配的解为

$$(p - p_0) = \rho i\omega \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n f_n(R_1) - R_1 f'_n(R_1)}{n f_n(R_1) + R_1 f'_n(R_1)} \frac{r_1^{2n}}{r^n} - r^n \right) D_n \cos(n\theta) e^{i\omega t} \quad (20)$$

2.4 总曳力

现在可以通过下式获得总曳力

$$F_{\text{unit}}^S = \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)_{r=r_0} \sin(\theta - \theta_i) + \cos(\theta - \theta_i) (p - p_0)_{r=r_0} \quad (21)$$

式中: F_{unit}^S 为单位面积上的曳力。由于积分域大于 2π ,我们注意到尽管高阶项确实对质量流量有贡献,但是对曳力有贡献的只有 $n=1$ 的项。将 u_θ 和 p 代入式(21)并绕圆柱积分,经若干代数运算后可得

$$F_{\text{unit}}^L = (\rho i\omega) 2\pi r_1^2 \frac{f_1(R_1) - R_1 f'_1(R_1)}{f_1(R_1) + R_1 f'_1(R_1)} D_1 e^{i\omega t} \quad (22)$$

式中: F_{unit}^L 为单位长度上的曳力。

在下面的预测中,将采用与平行于圆柱轴线的声波流动时相同的外边界条件,即图 2 所示的周期边界条件。为使胞元的堆叠适当,周期边界上的边界条件应使非稳态涡旋为 0。在这样的边界条件下,函数 f_n 为

$$f_n(R) = \text{Ke}_n(R) - \frac{\text{Ke}_n(X_2)}{\text{Be}_n(X_2)} \text{Be}_n(R) \quad (23)$$

通过配置并令 x 方向的平均声速为 u_{ac} ,即可求得 D_n 。

3 球体对声波的黏滞曳力

对低雷诺数范围内声波传过刚性球体时受到的黏滞曳力的求解方法,与前面提到的求解声波垂直传过刚性圆柱束时所受曳力的方法相似,因此我们先从计算涡旋场开始。

3.1 涡旋场

考虑声波传过图 3 所示的球体时的情况。为简化起见,这里我们选择 $U e^{-i\omega t} \mathbf{e}_x$ 型入射波。

与声波垂直于圆柱轴线传播时的求解过程相同,对于一孤立球体有

$$\Psi = \left(\frac{k_1(R_0) - R_0 k'_1(R_0)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k'_1(R_0))} \frac{r_0^3}{r} + \frac{r^2}{2} - \frac{3r_0 r k_1(R)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k'_1(R_0))} \right) U \sin^2 \theta e^{-i\omega t} \quad (24)$$

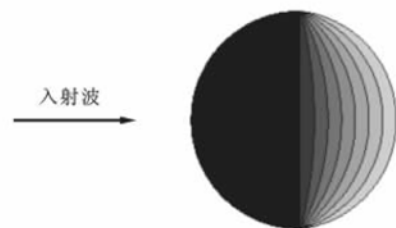


图3 声波传过球体

$$u_r = \left(\frac{k_1(R_0) - R_0 k_1'(R_0)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \left(\frac{r_0}{r} \right)^3 + \frac{1}{2} - \frac{3(r_0/r)k_1(R)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \right) U \sin^2 \theta e^{-i\omega t} \quad (25)$$

$$u_\theta = \left(\frac{k_1(R_0) - R_0 k_1'(R_0)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \left(\frac{r_0}{r} \right)^3 - 1 + \frac{3((r_0/r)k_1(R) + R_0 k_1'(R))}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \right) U \sin^2 \theta e^{-i\omega t} \quad (26)$$

$$\omega = -3 \frac{i\omega}{\nu} \frac{r_0 k_1(R)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \sin \theta e^{-i\omega t} e_\phi \quad (27)$$

$$p - p_0 = -\rho i\omega \left[\frac{k_1(R_0) - R_0 k_1'(R_0)}{2(2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0))} \frac{r_0^3}{r^2} - r \right] \cdot U \cos \theta e^{-i\omega t} \quad (28)$$

$$F = -4\pi r_0^3 (\rho i\omega) \frac{k_1(R_0) - R_0 k_1'(r_0)}{2k_1(R_0) + R_0 k_1'(R_0)} U e^{-i\omega t} \quad (29)$$

式中

$$k_1(x) = i h_1^{(1)} \left(\frac{1+i}{2^{1/2}} x \right) \quad (30)$$

$h_1^{(1)}(\cdot)$ 为第一类 Hankel 函数。

3.2 声学性能预测和归一化因变量选择

通过解式(10)获得各系数后,即可由式(8)对流场进行全面的描述.但是,要将式(8)作为多孔(格栅)结构的有效声学模型,还需要借助一个全局参数.为此,列出全局动量方程如下

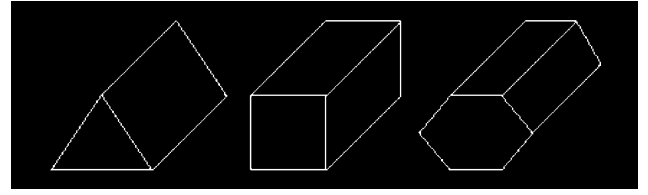
$$\bar{u}_{ac} = \frac{1}{\rho i\omega} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho i\omega} f_z \quad (31)$$

式中: $\bar{u}_{ac} = \frac{\int u_z dA}{S}$ 是空间平均声速, S 为面积; f_z 为黏性声剪切层引起的单位体积曳力. f_z 是 u_{ac} 的函数,而 u_{ac} 本身又是 $\frac{1}{\rho i\omega} \frac{\partial p}{\partial z}$ 的函数.由此表明,可以

借助 $Q = \frac{\rho \omega q}{S(\partial p / \partial z)} = \frac{\rho \omega \bar{u}_{ac}}{\partial p / \partial z}$ 和 $T = \frac{f_z}{\partial p / \partial z}$ 或 $T_2 = T/Q$ 来灵敏地表示结果,这里 Q 是归一化的声传导率, T 和 T_2 是归一化的黏滞曳力.下面我们将有选择地绘制 T 的变化曲线.

考虑图4所示的周期多孔材料的5种不同胞元形状,其中的每个胞元杆件都具有相同的长度,而长度是根据保持胞元相对密度一致的前提确定的,以便使每个胞元的力学性能相同.所有这5种情况都取平均值,这样每种形状的胞元都可以表现出对随机入射波的影响.

图5是三棱柱胞元、立方棱柱胞元和六棱柱胞



(a)三棱柱

(b)立方棱柱

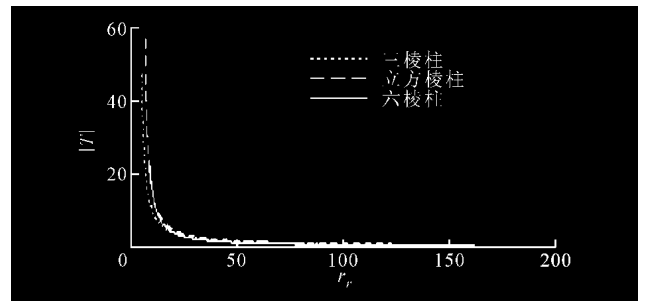
(c)六角棱柱



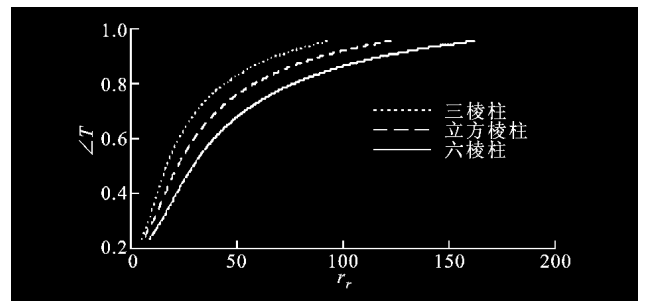
(d)规则阵列

(e)交叉阵列

图4 周期多孔材料不同胞元形状示意图



(a)量值

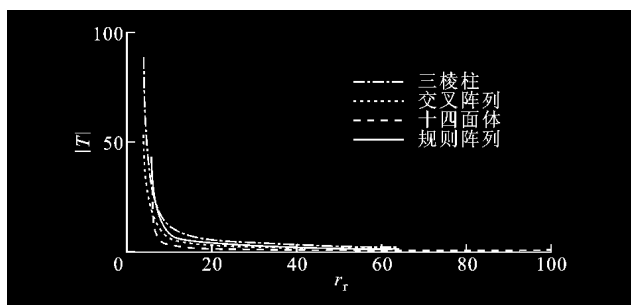


(b)相位

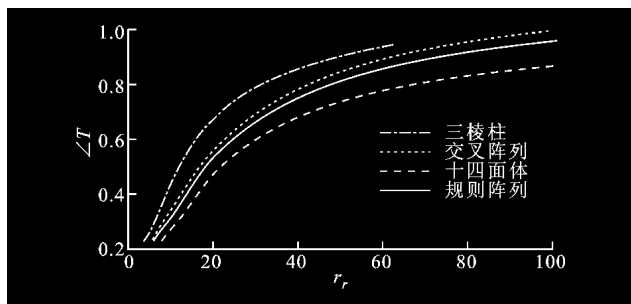
图5 3种棱柱胞元的归一化曳力系数与半径比的关系曲线

元的归一化曳力系数 T 的量值和相位随半径比 r_r 变化的关系曲线,从图中可以清楚地看到, T 的量值实际上与胞元形状(至少是棱柱形胞元形状)无关.这一点在图6中得到了进一步证实.图6所示为三棱柱胞元、规则阵列、交叉阵列和十四面体胞元的归一化曳力系数的量值和相位随半径比 r_r 变化的关系曲线,从中可以看出,虽然胞元形状对曳力系数的量值有一些影响,但是影响非常小.

归一化曳力系数的相位可以控制对声波传播速度的降低作用和对声波的阻尼作用之间的平衡,而图5和图6的结果显示相位变化相当显著.然而应



(a)量值



(b)相位

图6 4种胞元的归一化曳力系数与半径比的关系曲线

当指出的是,这些结果是不全面的,因为相位可以在 $-\pi$ 和 π 之间自由变化(相位大于0对应的是阻尼而不是声波的放大),而实际的相位按0.1 rad的规律变化。

最后我们注意到,曳力随 r_r 迅速减小,而这一点非常重要,因为 r_r 与孔隙率直接相关。如果 r_r 太小,尽管可使曳力显著增加,但却会使孔隙率降低,从而导致大量的入射声能在声波表面就被反射掉了,根本没有进入到泡沫材料中。孔面积比为90%的区域具有良好的吸声效果,可以将大部分声能吸入泡沫材料。

4 实验测量

图7为本文所用实验装置的结构图。实验装置包括一段矩形截面空心管,内径为85 mm,实验管的一端或封闭或开放,另一端由一个扬声器激励。在实验管中央通过试样固定器布置了一块通孔铁基泡沫材料试样,试样的横截面与实验管的内部尺寸相同,厚度为25 mm。试样用环氧树脂密封在试样固定器中。

采用文献[22]的双麦克风技术,在实验管的各个截面(仅在试样的一侧进行刚性端测试)利用3个声压计对谐振器上游和下游的声波进行了测试,声压计的间距为100 mm,并用另外的声压计进行检验。我们事先按照文献[23]推荐的方法对所有声压计进行了校准。

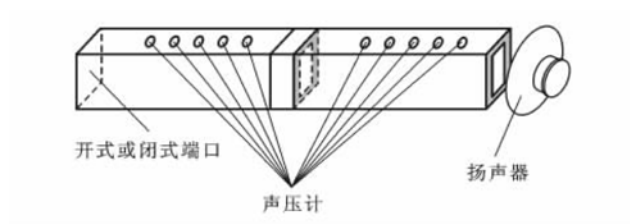


图7 实验装置

5 实验数据处理

除了将实验结果与前述的理论预测结果进行比较之外,很有必要对实验数据进行处理,以求能为声波传播特性的测量提供新的方法。下面将介绍一项作者开发的相关技术。

考虑图8所示的几何结构示意图:一束复振幅低幅值入射声波A从左向右朝着位于实验管中部的泡沫材料传播,当该声波到达泡沫材料时,一部分被反射,另一部分变为波C继续传播穿过泡沫材料;在泡沫材料的另一端,波C也是一部分被反射,另一部分变为波E继续在实验管的另一端中传播;在实验管另一端的端口,波E又被反射变成波F;波F从右向左朝着泡沫材料传播,一部分被反射,另一部分继续传播并在泡沫材料中变为波D;波D穿过泡沫材料继续传播直到到达第一个边缘变成波B。实际上,所有传播的波(B,C,D,E,F)都来源于传播和反射的结合。实验管中的波(A,B,E,F)可以很容易地利用双麦克风技术进行测量。在此我们介绍一项技术,可以用来推导出复传播常数 k_1 ,进而利用A、B、E、F波求出泡沫材料中的C、D波。

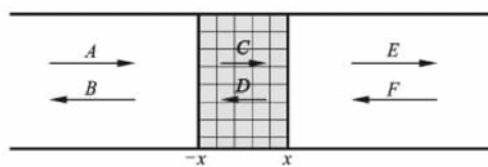


图8 几何结构示意图

位于泡沫材料前、后2个表面的声波可以通过每个表面上压力和质量流量之间的关系,与泡沫材料中的声波建立联系。在实验管中,声速与声压之间的关系可以由大家较为熟悉的关系式 $p' = \pm \rho \bar{c} u'$ 来描述。然而在泡沫材料中,这种关系却由于泡沫材料中黏滞效应的影响而变得更加复杂,而且泡沫材料表面的连续性方程也与泡沫的孔隙率有关。不过,可以假定表面1和表面2上的声速具有以下关系

$$u_1 = \alpha(Ce^{ik_1x} - De^{-ik_1x}) \quad (32)$$

$$u_2 = \alpha(Ce^{-ik_1x} - De^{ik_1x}) \quad (33)$$

从而将上述2个因素综合起来. 式中: α 是与泡沫材料中声压与声速的关系和泡沫材料的孔面积比相关的参数. 将上述分析结果综合起来, 可以得出复数量 k_1x 的如下三角关系

$$p_1 + p_2 = 2(C+D)\cos(k_1x) \quad (34)$$

$$p_1 - p_2 = 2i(C-D)\sin(k_1x) \quad (35)$$

$$u_1 + u_2 = 2\alpha(C-D)\cos(k_1x) \quad (36)$$

$$u_1 - u_2 = 2i\alpha(C+D)\sin(k_1x) \quad (37)$$

因为 α 本身是 k_1x 的函数, 因此将式(37)除以式(36)可以将其消去. 这样很明显会产生 $\tan(k_1x)$, 所以同时要将式(35)除以式(34), 故有

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} = i \frac{C-D}{C+D} \tan(k_1x) \quad (38)$$

$$\frac{u_1 - u_2}{u_1 + u_2} = i \frac{C+D}{C-D} \tan(k_1x) \quad (39)$$

式(38)含有因子 $\frac{C-D}{C+D}$, 而式(39)含有其倒数 $\frac{C+D}{C-D}$, 因此可以将式(38)和式(39)相乘来消去波 C 和波 D , 从而有

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \frac{u_1 - u_2}{u_1 + u_2} = -\tan^2(k_1x) \quad (40)$$

由于 k_1x 是由 $\tan^2(\cdot)$ 表示的, 所以共有4个 k_1x 值满足式(40), 这是因为波 C 和波 D 在方程(38)和(39)中是对称的, 而且 C 和 D 的符号与 $\sin(k_1x)$ 和 $\cos(k_1x)$ 的符号有关. 这里我们将注意力放在符合实际的解上, 而实际情况是具有最大幅值的声波与更多声能进入的面有关.

图9给出了铁基泡沫金属的 k_1x 实部与频率间关系的实验结果, 泡沫金属每25.4 mm(1英寸)的孔数为100, 胞元杆件尺寸为0.07 mm, 泡沫金属试样的厚度为2.5 cm. k_1x 的实部表示波通过泡沫金属的传播. 由图9可以看出, 泡沫金属的主要作用是明显减缓了声波的传播速度.

k_1x 的虚部与泡沫金属对声波的阻尼有关, 实验结果如图10所示. 尽管数据点有些分散(图9中亦如此), 但变化趋势还是很明显的. 由于取正切放大了测量误差, 尤其当变量为复数时, 因此出现了数据分散的情况. 尽管如此, 这项测量技术对于揭示未知试样的声学性能或与理论预测结果进行比较还是十分有效的.

6 泡沫金属声学性能的简单描述

图11是泡沫金属的声学性能示意图. 声波从左

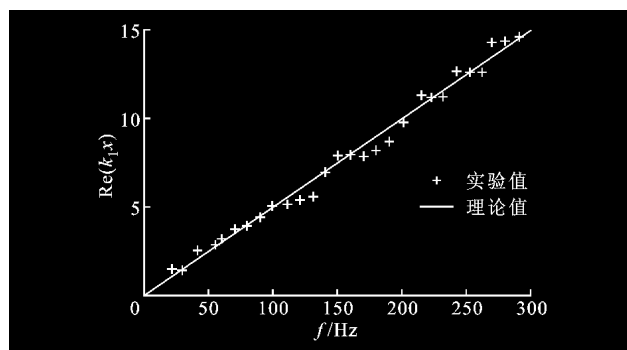


图9 泡沫金属的 k_1x 实部与频率的关系曲线

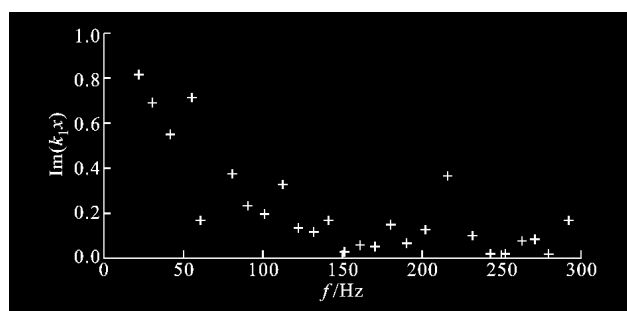


图10 泡沫金属的 k_1x 虚部与频率的关系曲线

向右朝着泡沫金属传播, 当它到达泡沫金属表面时, 一部分传入金属, 另一部分被反射. 传入的声波在泡沫金属中由于黏滞作用而减速、衰减, 如图11上面的波形所示. 在泡沫金属的另一侧, 声波也是一部分传入, 另一部分被反射, 在声波传出泡沫金属后, 继续无衰减地从左向右朝着全封闭的实验管端部传播, 并在管端被完全反射, 向左再朝着泡沫金属传播. 向左传播的波仍然在泡沫金属中衰减, 见图11下面的波形. 最终在实验管左半部得到从右向左传播的反射波, 其幅值低于入射波的幅值.

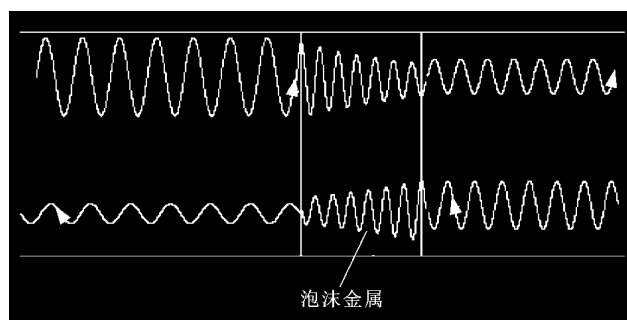


图11 泡沫金属声学性能示意图

7 理论预测与实验结果的比较

本节将对圆柱束声传播模型的预测结果与前述的实验测量结果进行比较. 声吸收系数可以反映泡沫材料吸收声波能量的程度, 但是它要求模型的每

个环节都是正确的,因此很难获得准确值.此外,由于声波的能量正比于其幅值的平方,因而放大了误差,导致实验误差很高.

为了检验泡沫金属作为声能吸收器的效力,将我们提出的泡沫材料声学性能模型进行符合实际情况的扩展,将泡沫材料安放在有限长度实验管的一端,并在其一侧连接一个刚性端面板.本文前述的声学性能模型建立了声波中的曳力与声质量流量之间的关系,通过假定等熵或等温声流过程可以对模型进行扩展,以获得复传播常数.由于通过泡沫金属后,声传播速度的降低相当明显,因此下面仅讨论等温声流的情况,另外再假定声质量流量和声压在泡沫材料的其他表面连续,以便对管中的声场进行全面的描述.这种情况完全取决于管子的谐振,因此在相对较高的频率下可以获得最佳吸声效果.如果在泡沫材料和实验管的刚性端之间保留一定的间隙,也可以在较低频率下获得最佳吸声效果.因为实验管中的声波都在试样的上游,所以将声吸收系数定义为被吸收的入射声能的分数,即

$$\Delta = 1 - |B|^2 / |A|^2 \quad (41)$$

式中: A 、 B 分别是朝向和离开试样传播的声波.

前面提出的有关理论是用于预测线性声波吸收的,即声波吸收量与入射声波幅值成线性关系,而声吸收系数与入射声波幅值无关.即使在高幅值的情况下,忽略非线性项通常也是合理的,因为非线性声吸收与高非稳态速度相关.不过在本文的模型中,入射声波沿圆柱束传播时受到的曳力使得其非稳态速度保持在较低的水平,即使在声压水平相当高的时候,非稳态速度也很低.

实验结果如图12所示,实验用泡沫金属块每25.4 mm(1英寸)长度上的孔数为100个,胞元杆件的半径为0.07 mm,测量频率范围为1 200~1 750 Hz.图中的实线表示理论值,+表示实验值,二者吻合得很好,尤其是在测量声吸收系数时的误差放大方面.对图12中的曲线形状可作如下分析.首先,曲线体现了管子谐振的效果,当泡沫试样表面声压降到0时,声吸收量也相应降到0(在约1 360和1 750 Hz处),这是因为声波未能进入试样,因而就不存在吸收.其次,当试样中发生抗谐振时,进入试样的空气质量流量很小,因为只有很少量的声能再次进入试样,因此声吸收量再次减少,当声速实际上降到0时,声吸收量也为0.这样,在1 280 Hz处的峰值较低,最小值出现在1 200 Hz处.当上述影响都不发生时,声吸收量变得很大,尤其是在1 550 Hz

附近.

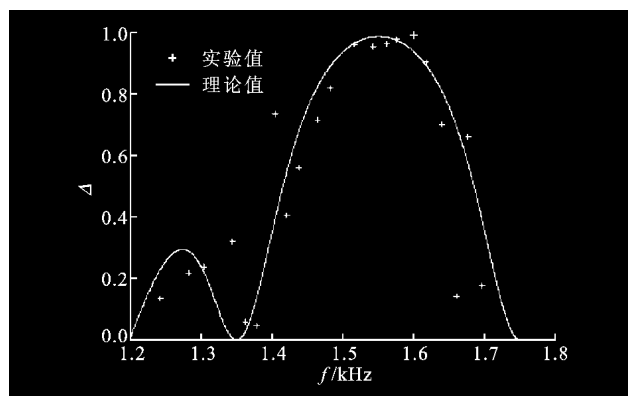


图12 穿孔铁基泡沫金属声吸收系数的理论与实验结果比较

8 结 论

本文讨论了低声学雷诺数下声波通过周期排列的圆柱束和球体时,空气黏度对声波传播的影响,包括声波分别平行、垂直于圆柱束轴线传播时的情况.由于这几种情况都是线性的,因此可以通过叠加建立一个描述一般入射声波传播特性的模型.本文将相关模型组合为一个综合模型,用于描述声波通过各种形状胞元时的传播特性,理论预测和实验结果吻合良好.对于小尺寸胞元的材料,例如多孔泡沫材料,空气的黏滞效应对声波的传播速度和声能的耗散具有重要影响.由于多孔泡沫金属质轻、刚度高,因而在许多领域的声音吸收方面具有广泛用途.利用本文的综合声学模型,可以对泡沫金属的微结构(包括空隙率和胞元尺寸)进行优化设计,相关的优化结果将在我们的下一篇论文中叙述.

参考文献:

- [1] Wang X L, Lu T J. Optimized acoustic properties of cellular solids [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1999, 106(2): 756-765.
- [2] Lu T J, Hess A, Ashby M F. Sound absorption in metallic foams [J]. Journal of Applied Physics, 1999, 85(11): 7528-7539.
- [3] Lu T J, Chen F, He D P. Sound absorption of cellular metals with semi-open cells [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2000, 108(4): 1697-1709.
- [4] Rayleigh L. The theory of sound [M]. London: Dover Publications, 1945.
- [5] Arnott W, Bass H, Raspet R. General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 74(2): 852-859.

- ety of America, 1991, 90 (6): 3228-3237.
- [6] Biot M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I: low-frequency range [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1955, 28 (2): 168-178.
- [7] Biot M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, II: higher frequency range [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1955, 28 (2): 179-191.
- [8] Helmholtz H. Lehre von den Tonempfindungen [M]. Berlin: Vieweg Verlag, 1877.
- [9] Hoven J, Ingram G. Viscous attenuation of sound in saturated sand [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1979, 66 (6): 1807-1812.
- [10] Lambert R. The acoustical structure of highly porous open-cell foams [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1982, 72 (3): 879-887.
- [11] Lambert R. Propagation of sound in highly porous open-cell elastic foams [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 73 (4): 1131-1138.
- [12] Lambert R. Surface acoustic admittance of highly porous open-cell, elastic foams [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 73 (4): 1139-1146.
- [13] Lambert R. Estimate of a thermal time constant in highly porous layered fine fibers [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1985, 77 (3): 1246-1247.
- [14] Lambert R. Non-linear wave propagation through rigid porous materials, II: approximate analytical solutions [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 88 (4): 1950-1959.
- [15] Lighthill M. Waves in fluids [M]. London: Cambridge University Press, 1978.
- [16] Selamet A, Easwaran V, Novak J, et al. Wave attenuation in catalytic converters: reactive versus dissipative effects [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1998, 103(2): 935-943.
- [17] Stinson M, Champoux Y. Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple pore geometries [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1992, 91 (2): 685-695.
- [18] Batchelor G. An introduction to fluid dynamics [M]. London: Cambridge University Press, 1967.
- [19] Abramowitz M, Stegun I. Handbook of mathematical functions [M]. London: Dover Publications, 1965.
- [20] Gradshteyn I, Ryzhik I. Table of integrals, series and products [M]. 5th ed. New York: Academic Press, 1965.
- [21] Stokes G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums [J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1851, 9 (2): 106-108.
- [22] Seybert A, Ross D. Experimental determination of acoustic properties using a two microphone random excitation technique [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1977, 61(5): 1362-1370.
- [23] Seybert A, Soenarko B. Error analysis of spectral estimates with application to the measurement of acoustic parameters using random sound fields in ducts [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1981, 69 (4): 1190-1199.

附录 A 忽略密度变化的合理性证明

为了评价 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 的重要性, 利用质量守恒方程并根据密度波动, 将其表达式改写为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A1})$$

与前面一样, 这里忽略了惯性项. 利用文献[20]中的恒等式, 式(A1)可与压力梯度相关

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{u}) = \nabla \wedge \boldsymbol{\omega} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{A2})$$

将上式中的 $\nabla^2 \mathbf{u}$ 代入动量方程并忽略惯性项, 有

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \frac{\nabla p}{\mu} + i\omega \mathbf{u} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \wedge \boldsymbol{\omega} \quad (\text{A3})$$

现在替换式(A1)中的 $\nabla \cdot \mathbf{u}$, 并再次注意到时间相关性, 有

$$\frac{\nabla p}{\mu} + i\omega \mathbf{u} = -\frac{i\omega}{\rho} \nabla \rho - \nabla \wedge \boldsymbol{\omega} \quad (\text{A4})$$

上式中右边第一项与左边第一项之比为量级

$$\omega \nu / c^{-2} \ll 1 \quad (\text{A5})$$

因为空气中黏性系数 ν 的量级为 10^{-5} , 室温下 c^{-2} 的量级为 10^5 , 所以此比值的量级为 $10^{-10} \omega$. 在可听见的最高声波(20 kHz)下, 这一比值的量级也只有 10^{-5} , 由此证明我们忽略低幅值声波的 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 项是合理的.

(编辑 葛赵青)